

## *Statistiques : étude simultanée de deux caractères*

### I. Analyse d'un tableau à double entrée

Exemple (voir activité p 40 du livre)

Etudiants, selon leur cursus scolaire (Technologique ou Générale), la répartition de 60 candidats s'étant présentés à un concours d'infirmiers .

Les résultats de cette étude sont donnés dans le tableau à double entrée suivant :

Filières Résultats	Générale (G)	Technologique (T)	Total
Admis (A)	26	14	40
Refusés (R)	16	4	20
Total	42	18	60

Ce tableau « croisé » permet l'étude de la répartition de ces candidats par rapport à l'effectif total mais aussi par rapport :  
 ✕ aux effectifs totaux dans chaque filière Générale ou Technologique ;  
 ✕ aux effectifs totaux des Admis et Refusés.

Définition ✕ La **fréquence** d'un groupe se calcule par rapport à l'effectif total de toute l'étude...  
 ✕ La **fréquence conditionnelle** se calcule par rapport à un effectif réduit ayant un des caractères étudiés.

#### **EXERCICE TYPE 1** Déterminer des fréquences conditionnelles

A partir de l'étude proposée dans l'exemple ci-dessus l'exemple, calculer :

1. la fréquence des candidats issus de la filière Générale **et** admis au concours ;
2. la fréquence conditionnelle des candidats issus de la filière Technologique par rapport aux admis ;
3. la fréquence conditionnelle des candidats admis parmi ceux issus de la filière Générale.

Notation La fréquence conditionnelle des « Technologique » parmi les « Admis » est notée  $f_A(T)$  .  
 La fréquence conditionnelle des « Admis » parmi les « Générales » est notée  $f_G(A)$  .

Solution 1.  $\frac{26}{60} = \frac{13}{30}$

La **valeur exacte** de la fréquence des candidats issus de la filière Générale et Admis est  $\frac{13}{30}$  .

Une **valeur approchée** (au millième) de cette fréquence est 0,433 .

Une valeur approchée **en pourcentage** de cette fréquence est  $\frac{13}{30} \times 100 \approx 43,3$  .

2.  $\frac{14}{40} = \frac{7}{20} = 0,35$  .

La fréquence conditionnelle des candidats issus de la filière Technologique par rapport aux admis au concours est 0,35 , soit 35 % .

3.  $\frac{26}{42} = \frac{13}{21} \approx 0,619$  .

La fréquence conditionnelle des Admis parmi les « Générales » est  $\frac{13}{21}$ , soit environ 61,9 % .

## II. Représentation graphique

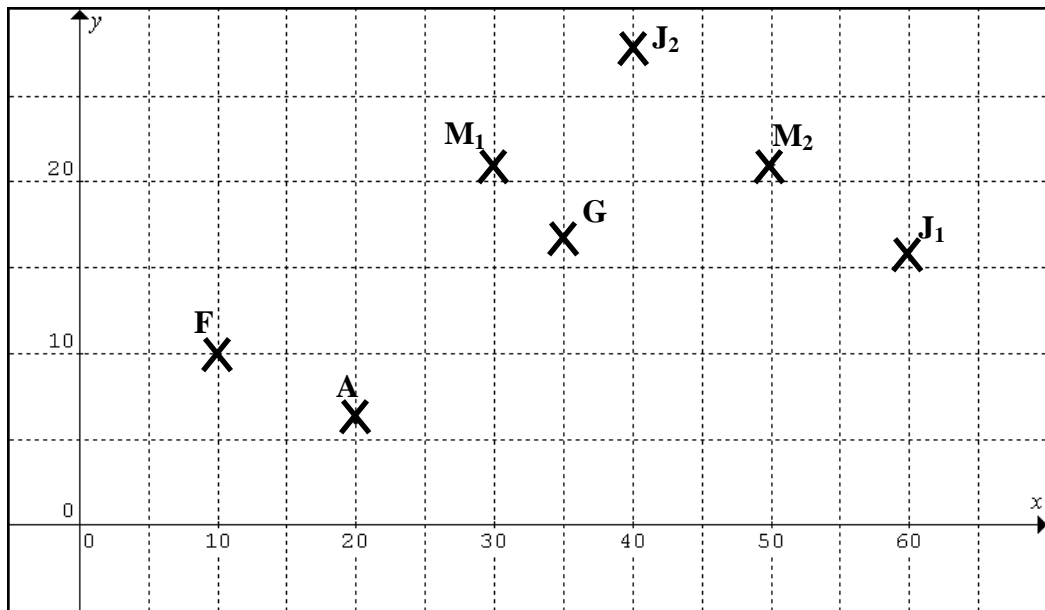
Exemple (voir activité p 42 du livre)

Pour les six premiers mois de l'année, un laboratoire pharmaceutique observe simultanément le nombre de déplacements effectués en pharmacie ( $x_i$ ) et le nombre de ventes réalisées auprès de celles-ci ( $y_i$ ) par son commercial.

On obtient les données suivantes :

Mois	J <sub>1</sub>	F	M <sub>1</sub>	A	M <sub>2</sub>	J <sub>2</sub>
$x_i$	60	10	30	20	50	40
$y_i$	16	10	21	6	21	28

On peut représenter ces données graphiquement comme suit :



Définition ☒ La représentation graphique ainsi réalisée s'appelle **nuage de points**.  
☒ Pour donner une « idée moyenne », on peut déterminer le **point moyen du nuage** de coordonnées  $(\bar{x} ; \bar{y})$  où  $\bar{x}$  et  $\bar{y}$  sont les moyennes respectives des abscisses ( $x_i$ ) et des ordonnées ( $y_i$ ).

### **EXERCICE TYPE 2** Déterminer un point moyen

Déterminer les coordonnées  $(\bar{x} ; \bar{y})$  du point moyen **G** du nuage de points de l'étude exposée dans l'exemple ci-dessus.

Solution  $\bar{x} = \frac{60 + 10 + 30 + 20 + 50 + 40}{6} = \frac{210}{6} = 35$

$$\bar{y} = \frac{16 + 10 + 21 + 6 + 21 + 28}{6} = \frac{102}{6} = 17$$

Le point moyen **G** a pour coordonnées (35 ; 17).

### III. Ajustement affine

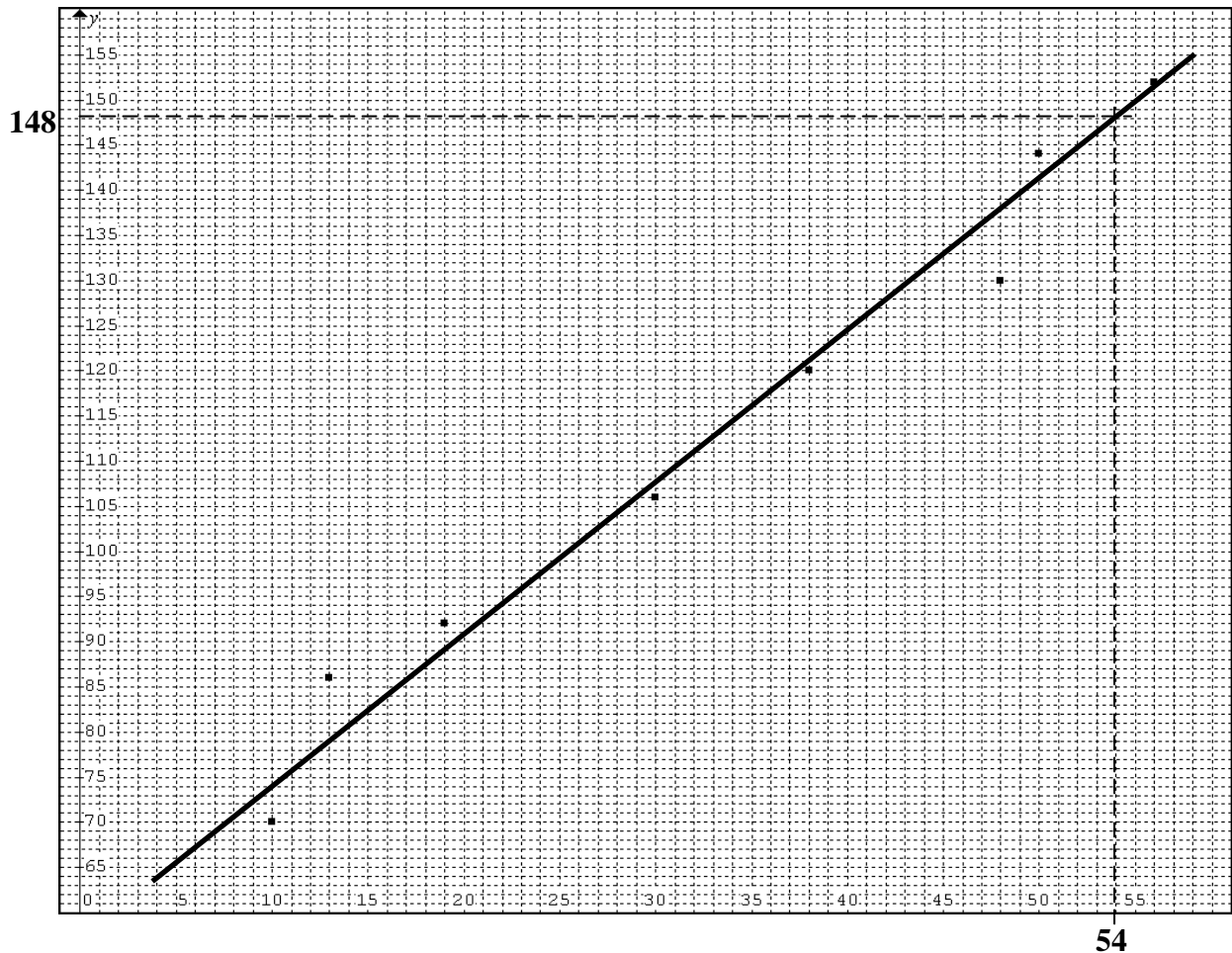
Exemple (voir exercice 46 p 63 du livre)

Lors d'un test d'effort sur une personne, on a fait varier l'intensité du travail fourni (en kilojoules par minute) et on a relevé la fréquence cardiaque (en nombre de battements par minute).

On a obtenu les résultats suivants :

Intensité $x_i$	10	13	19	30	38	48	50	56
Fréquence cardiaque $y_i$	70	86	92	106	120	130	144	152

On obtient alors la représentation graphique suivante :



Les 8 points sont approximativement alignés, ce qui semble indiquer un lien entre l'intensité du travail fourni et la fréquence cardiaque.

Définition ☒ La forme d'un nuage de points peut suggérer le tracé d'une courbe simple indiquant une relation entre les abscisses ( $x_i$ ) et des ordonnées ( $y_i$ ). Cette courbe est appelée **courbe d'ajustement**.

☒ Lorsque cette courbe est une droite, on parle alors d'**ajustement affine**.

Dans ce cas, on estime alors qu'il existe un lien entre  $x$  et  $y$  du type  $y = ax + b$ .

#### **EXERCICE TYPE 3** Ajustement affine

1. Tracer, au jugé, une droite d'ajustement affine du nuage de points ci-dessus.
2. Avec cet ajustement affine, estimer graphiquement l'intensité du travail fourni pour une fréquence cardiaque de 148 battements par minute.

Solution 1. Voir graphique.

2. Graphiquement, il faut approximativement fournir un travail de 54 kJ/min pour obtenir une fréquence cardiaque de 148 battements par minute.