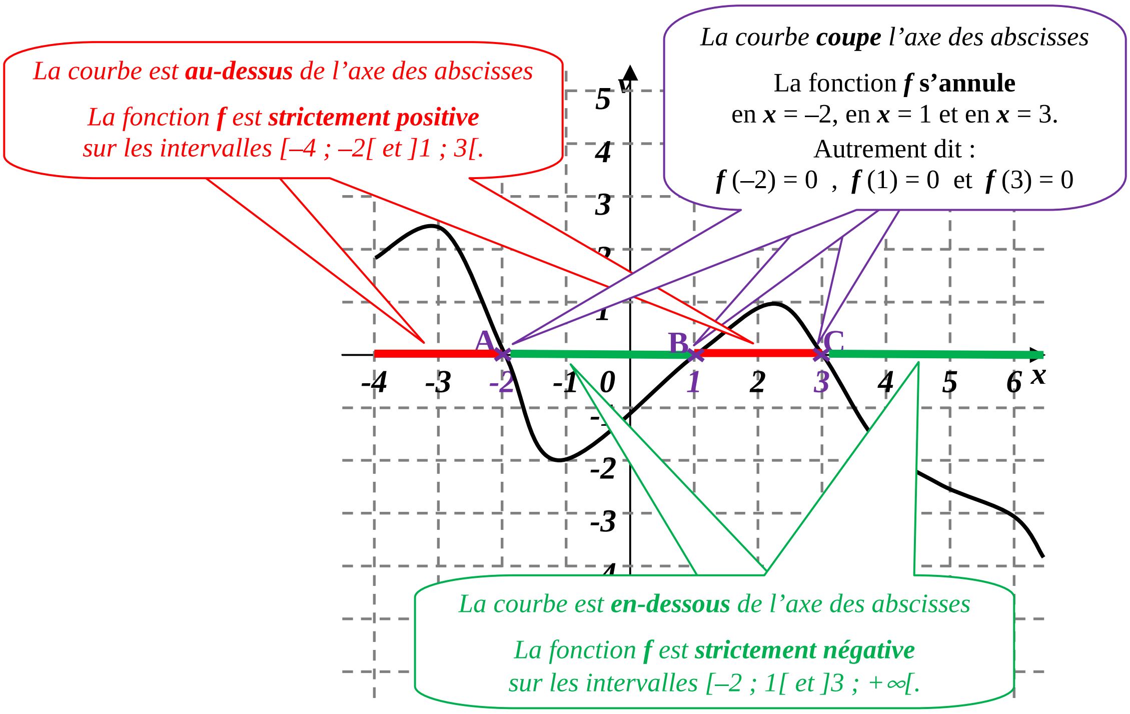
FICHE n°4
Etudier le signe d'une fonction

Cette fiche propose trois exercices type pour étudier le signe d'une fonction suivant les valeurs de x.

Remarque : Savoir étudier le signe d'une fonction est une des compétences indispensables pour pouvoir étudier les variations d'une fonction d'après le signe de sa dérivée : voir fiche « Sens de variation d'une fonction ».

I. *Lecture graphique du signe d'une fonction*

Exemple On considère une fonction f définie sur $[-4\ ;+\infty[$ dont on donne la représentation graphique suivante :



ATTENTION
de ne pas confondre
« signes » et « variations »

EXERCICE TYPE 1 **Lecture graphique d'un tableau de signes**

Dresser le tableau de signes de la fonction f ci-dessus représentée.

On commence par chercher les valeurs de x qui annulent la fonction

Solution

x	-4		-2		1		3		$+\infty$
$f(x)$		+	0	–	0	+	0	–	

II. Etudier le signe d'une expression du type « ax + b »

A savoir

x	$-\infty$	$-\dfrac{b}{a}$	$+\infty$
$ax+b$	**Signe de –a**	0	**Signe de a**

Remarques ¤ Le signe de « ***ax+b*** » est notamment très utilisé pour déterminer le signe d'une dérivée…

Exemples si ***a*** est positif, si ***a*** est négatif,

x	$-\infty$	$-\dfrac{3}{2}$	$+\infty$
$2x+3$	–	0	+

x	$-\infty$	$\dfrac{1}{3}$	$+\infty$
$-3x+1$	+	0	–

¤ *Voir également fiche « équation de droites »*

III. Etudier le signe d'un produit du type (ax+b)(cx+d)

Méthode Pour déterminer le tableau de signe d'une expression produit, on réalise un tableau de signe en appliquant la règle des signes d'un produit…
En particulier, pour toutes les expressions du type ***ax+b***, on utilisera le paragraphe ci-dessus « signe d'une expression du type ***ax + b*** ».

IMPORTANT : avant de réaliser un tableau de signes, on cherche le(s) valeur(s) de x qui annule(nt) l'expression…

EXERCICE TYPE 2 Déterminer le signe de $(-2x-1)(3x-2)$ selon les valeurs de x.

Solution Avant de réaliser le tableau de signes, on cherche les valeurs qui annulent l'expression :

$-2x-1=0 \iff x=-\dfrac{1}{2}$; $3x-2=0 \iff x=\dfrac{2}{3}$.

On peut désormais étudier le signe dans un tableau grâce au paragraphe I. ci-dessus :

x	$-\infty$	$-\dfrac{1}{2}$		$\dfrac{2}{3}$	$+\infty$
$-2x-1$	+	0	–	|	–
$3x-2$	–	|	–	0	+
$(-2x-1)(3x-2)$	–	0	+	0	–

Ce tableau de signes signifie que :

- $(-2x-1)(3x-2) < 0$ pour tous les nombres x de $]-\infty\,;-\dfrac{1}{2}[\ \cup\ ]\dfrac{2}{3}\,;+\infty[$
- $(-2x-1)(3x-2) = 0$ pour $x=-\dfrac{1}{2}$ et pour $x=\dfrac{2}{3}$
- $(-2x-1)(3x-2) > 0$ pour tous les nombres x de $]-\dfrac{1}{2}\,;\dfrac{2}{3}[$

IV. *Etudier le signe d'une expression du type ax^2+bx*

<u>*Méthode*</u> Pour déterminer le tableau de signe d'une expression de la forme $\boldsymbol{ax^2+bx}$,
<u>on factorise cette expression par $\boldsymbol{x}$</u> pour obtenir un produit comme à l'exercice type ci-dessus…

<u>EXERCICE TYPE 3</u>

<u>*Enoncé*</u> Déterminer le signe de $3x^2 + 4x$ selon les valeurs de x sur l'intervalle $[-3 ; 3]$

<u>*Solution*</u> Pour pouvoir étudier le signe, il faut avoir une forme factorisée (produit) :

$$3x^2 + 4x = x\,(\,3x + 4\,)$$

Avant de réaliser le tableau de signes, on cherche les valeurs qui annulent l'expression :

$x = 0$; $3x + 4 = 0 \iff 3x = -4 \iff x = -\frac{4}{3}$.

On peut désormais étudier le signe dans un tableau :

x	-3		$-\frac{4}{3}$		0		3
$3x + 4$		$-$	0	$+$		$+$	
x		$-$		$-$	0	$+$	
$x\,(\,3x + 4\,)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Ce tableau de signes signifie que :

- $3x^2 + 4x > 0$ pour tous les nombres x de $]-3 ; -\frac{4}{3}[\cup]\,0\frac{2}{3} ; 3\,[$
- $3x^2 + 4x = 0$ pour $x = -\frac{4}{3}$ et pour $x = 0$
- $3x^2 + 4x < 0$ pour tous les nombres x de $]-\frac{4}{3} ; 0\,[$