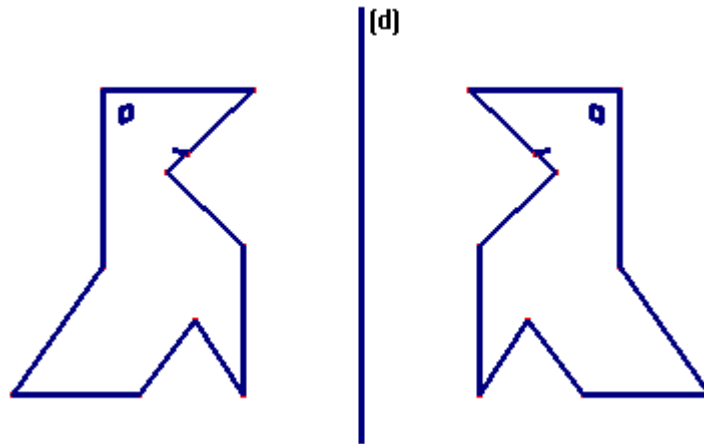


CHAPITRE 13 SYMETRIE AXIALE

I. Figures symétriques par rapport à une droite

Exemple de pliage



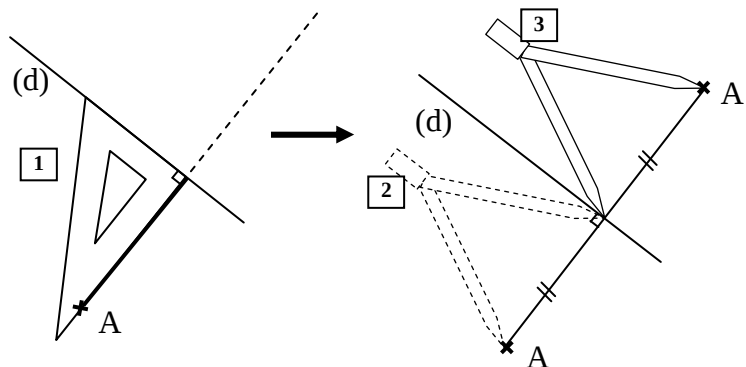
Définition Les figures F et F' sont **symétriques par rapport à la droite (d)** si, en pliant suivant la droite (d), elles se superposent. On dit que la droite (d) est l'**axe de symétrie**.

Construction du symétrique d'un point A avec l'équerre et le compas

Pour tracer le symétrique A' d'un point A par rapport à la droite (d) :

- Faire glisser l'équerre sur (d) jusqu'à A et tracer la demi-droite perpendiculaire à (d) (fig. 1)
- Prolonger le tracé : la droite (f) passant par le point A est perpendiculaire à (d) et coupe (d) en H.
- Sur la droite (f), reporter avec le compas une longueur HA' égale à la longueur AH.

Le point A' est le symétrique du point A par rapport à la droite (d).



Construction du symétrique d'une figure

Pour construire le symétrique d'une figure, on construit les symétriques de chaque point de la figure.

Propriétés (à connaître)

- le symétrique d'un **segment** est un segment de **même longueur** ;
- le symétrique d'un **cercle** est un cercle de **même rayon** ;
- le symétrique d'un **angle** est un angle de **même mesure** ;
- le symétrique d'une **figure** est une figure de **même forme** et donc de **même aire** ;

II. L'axe de symétrie d'un segment

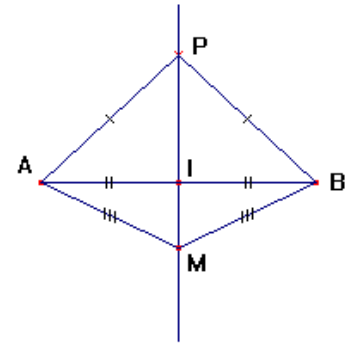
Propriété La **médiatrice** d'un segment est l'**axe de symétrie** de ce segment.

Exemple La droite (PM) est la médiatrice du segment [AB],
donc (PM) est l'axe de symétrie du segment [AB].

Propriété caractéristique

La médiatrice d'un segment est constituée de tous les points situés à égale distance des extrémités de ce segment.

Exemple Les points M et N sont à égale distance des points A et B.
La droite (MP) est donc la médiatrice du segment [AB].

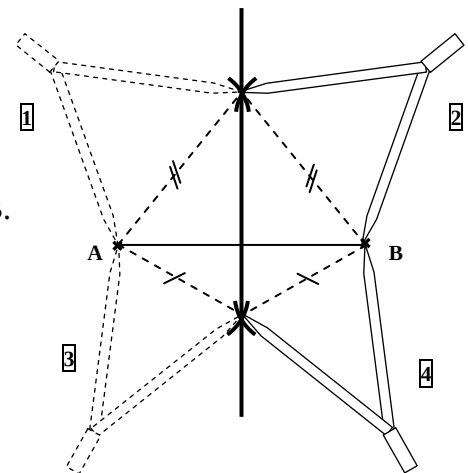


(d) est la médiatrice du segment [AB]

Construire la médiatrice d'un segment avec le compas

Pour tracer la médiatrice d'un segment **avec le compas** :

- Tracer un arc de cercle de centre A.
- **En gardant le même rayon**, tracer un arc de cercle de centre B.
- Les arcs de cercle se coupent en deux points : la médiatrice du segment [AB] est la droite qui passe par ces deux points.



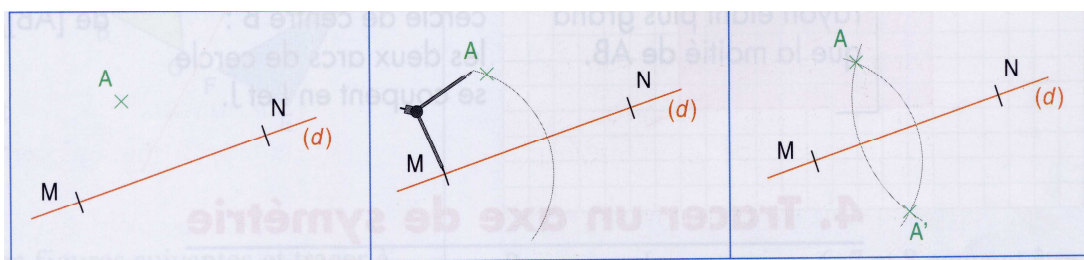
Construire la médiatrice d'un segment avec l'équerre

Voir le chapitre n°8...

Construction du symétrique d'un point A avec le compas et une règle non graduée

Pour tracer la symétrique A' d'un point A par rapport à la droite (d) avec le compas :

- On choisit deux points M et N n'importe où sur l'axe de symétrie (d). (fig. 1)
- Tracer un arc de cercle de centre M passant par le point A. (fig. 2)
- Tracer un arc de cercle de centre N passant par le point A. (fig. 3)
Les deux arcs de cercle se coupent en A'.

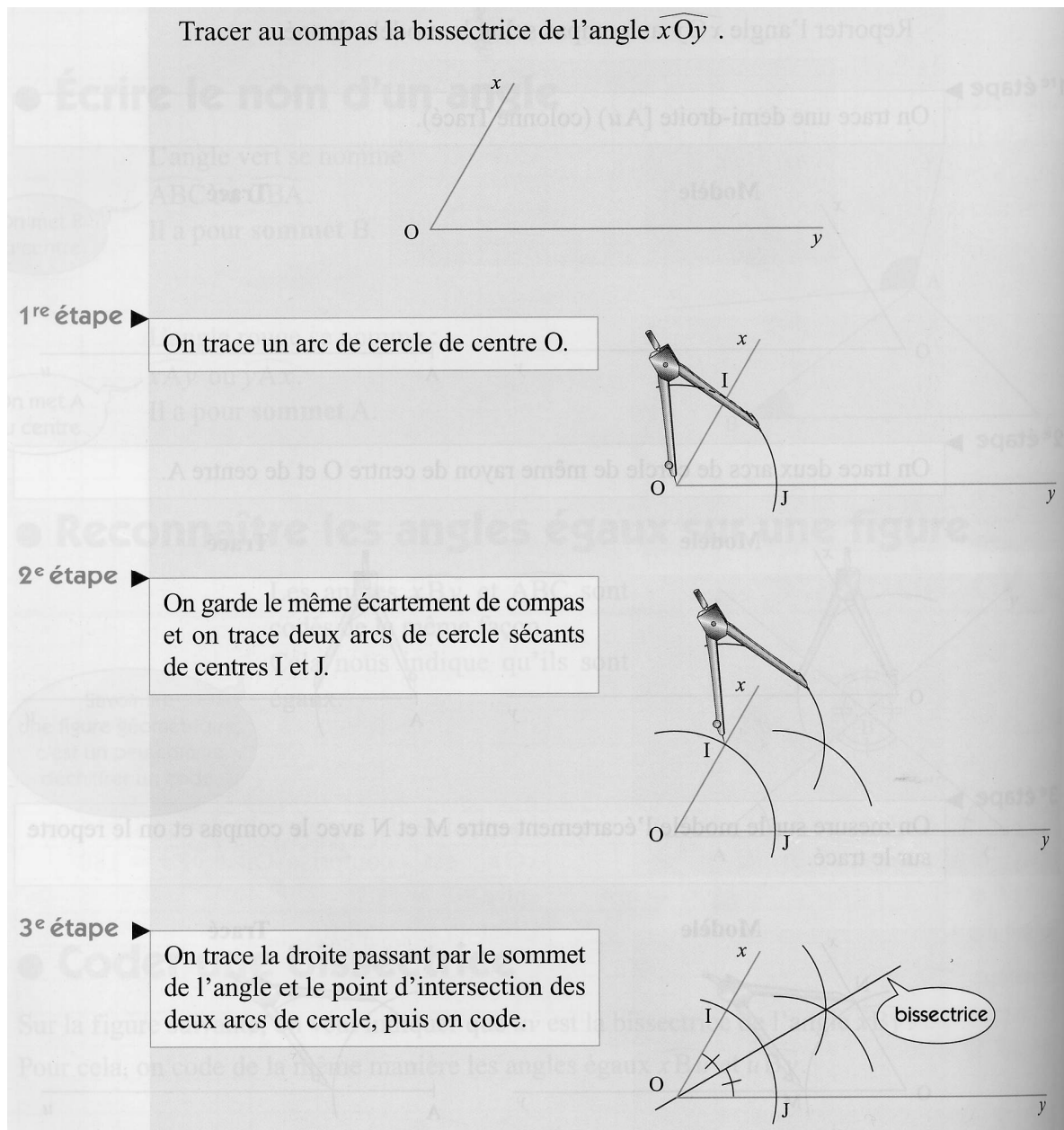


III. L'axe de symétrie d'un angle

Propriété La **bissectrice** est l'**axe de symétrie** d'un angle.

Construction 1 (rappel) Si on connaît la mesure de l'angle, on peut tracer sa bissectrice avec le rapporteur.
Voir chapitre n°10.

Construction 2 Pour tracer une bissectrice précisément, on utilise surtout le compas :



La bissectrice obtenu est l'axe de symétrie de l'angle $\widehat{xOy}$.

IV. Axes de symétrie de figures usuelles

Définition Une droite (d) est **l'axe de symétrie d'une figure** si la symétrique de cette figure par rapport à la droite (d) est elle-même.

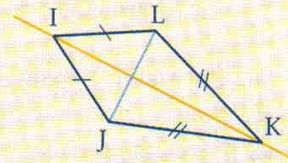
1. Axes de symétrie et quadrilatères

a Cas du cerf-volant

Définition. Un cerf-volant est un quadrilatère ayant deux paires de côtés consécutifs de même longueur et dont les diagonales se coupent à l'intérieur.

Un cerf-volant possède un axe de symétrie : la droite portant l'une de ses diagonales.

Exemple :



IJKL est un cerf-volant.

La droite (IK) est son axe de symétrie.

b Cas du losange

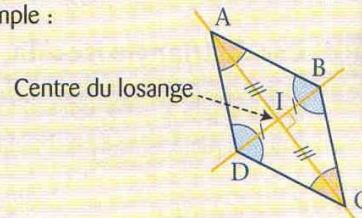
Un losange a deux axes de symétrie : les droites portant ses diagonales.

Ainsi, dans un losange :

- les diagonales se coupent en leur milieu ;
- les droites portant les diagonales sont perpendiculaires ;
- les angles opposés ont la même mesure.

■ **Remarque** : Par abus de langage, on dit que les diagonales d'un losange sont perpendiculaires.

Exemple :



c Cas du rectangle

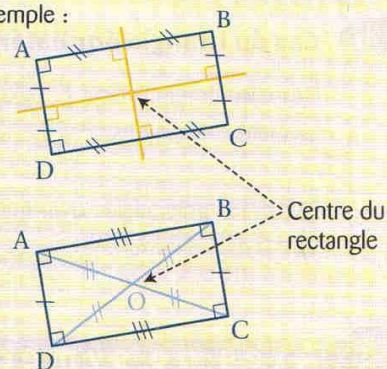
Un rectangle a deux axes de symétrie : les médiatrices de ses côtés.

Ainsi, dans un rectangle :

- les côtés opposés ont la même longueur ;
- les diagonales se coupent en leur milieu ;
- les diagonales ont la même longueur.

■ **Remarque** : Les diagonales d'un rectangle ne sont pas des axes de symétrie du rectangle.

Exemple :



d Cas du carré

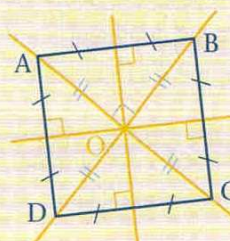
On a déjà vu qu'un carré est à la fois un rectangle et un losange.

Un carré a quatre axes de symétrie :

- les droites portant ses diagonales ;
- les médiatrices de ses côtés.

■ **Remarque** : Les diagonales d'un carré ont la même longueur, se coupent en leur milieu et sont perpendiculaires.

Exemple :

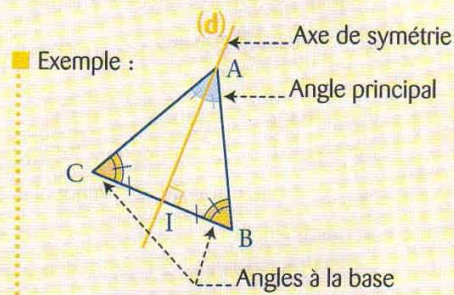


2. Axes de symétrie et triangles

a Cas du triangle isocèle

Un triangle isocèle possède un axe de symétrie : la médiatrice de sa base.

La droite (AI) est la médiatrice du segment [BC] et l'axe de symétrie du triangle ABC.



Ainsi, dans un triangle isocèle :

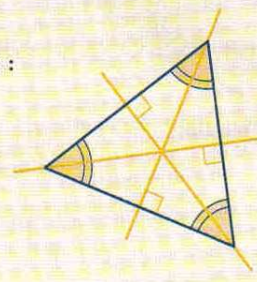
- les deux angles à la base ont la même mesure ;
- l'axe de symétrie est la bissectrice de l'angle principal.

b Cas du triangle équilatéral

Un triangle équilatéral possède trois axes de symétrie : les médiatrices de ses côtés.

Ainsi, les trois angles d'un triangle équilatéral ont la même mesure.

Exemple :



3. Axes de symétrie des figures usuelles : un petit bilan

Une figure peut avoir un ou plusieurs axe(s) de symétrie.

- Un axe de symétrie : le triangle isocèle et le cerf-volant.
- Deux axes de symétrie : le rectangle et le losange.
- Trois axes de symétrie : le triangle équilatéral.
- Quatre axes de symétrie : le carré.