

CHAPITRE 11

DES SITUATIONS DE PROPORTIONNALITÉ

I. Qu'est ce qu'une situation de proportionnalité ?

Exemples Sur le marché, lorsque des tomates sont indiquées à 1,80 €/kg, cela signifie que le prix à payer est *proportionnel* à la masse de tomates achetées : « si la masse double, le prix aussi... »

Le périmètre d'un carré est *proportionnel* à la longueur de son côté.

Contre-exemple La taille d'un individu n'est pas proportionnelle à son âge : « quand l'âge double, la taille ne double pas ! »

Deux grandeurs sont **proportionnelles** si les valeurs de l'une s'obtiennent en **multipliant** (ou en **divisant**) **par un même nombre** les valeurs de l'autre.

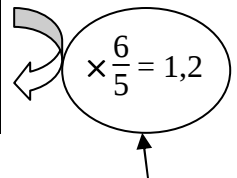
II. De la proportionnalité avec un tableau

On peut étudier une situation de proportionnalité à l'aide d'un tableau, dit **tableau de proportionnalité**.

 Attention, tous les tableaux ne sont pas des tableaux de proportionnalité ! Il faut d'abord étudier la situation, comme dans les exemples du paragraphe I. pour savoir s'il y a une situation de proportionnalité.

Exemple Le prix payé pour un achat en carburant est proportionnel au nombre de litres mis dans le réservoir.

Volume de carburant (en L)	5	7,5	10	$C = 5 + 7,5$ $= 12,5$	$D = 39 \div 1,2$ $= 32,5$
Prix (en €)	6	$A = 7,5 \times 1,2$ $= 9$	$B = 6 \times 2$ $= 12$	15	39



$$\times \frac{6}{5} = 1,2$$

On obtient le **coefficient de proportionnalité** en effectuant le calcul : $\frac{6}{5} = 1,2$.

Ici, le coefficient de proportionnalité est en fait « le prix pour 1 L de carburant. »

coefficient de proportionnalité

Comment compléter un tableau de proportionnalité ?

- En multipliant par le coefficient de proportionnalité : $A = 7,5 \times \frac{6}{5} = 7,5 \times 1,2 = 9$
- En multipliant une « colonne » par un nombre non nul : $B = 6 \times 2 = 12$
- En additionnant ou soustrayant deux « colonnes » du tableau : $C = 5 + 7,5 = 12,5$
- En divisant par le coefficient de proportionnalité : $D = 39 \div 1,2 = 32,5$

Lorsque je complète un tableau de proportionnalité, il faut que je cherche la méthode la plus simple !

III. Convertir les unités de temps

A savoir

- 1 h = 60 min.
- 1 min = 60 s.
- 1 h = 3 600 s.
- 1 j = 24 h.
- $0,5 \text{ h} = \frac{1}{2} \text{ h} = 30 \text{ min.}$ « demi-heure »
- $0,25 \text{ h} = \frac{1}{4} \text{ h} = 15 \text{ min.}$ « quart-heure »
- $0,75 \text{ h} = \frac{3}{4} \text{ h} = 15 \text{ min.}$ « trois-quart-heure »

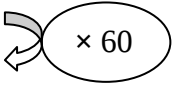
Exemple 1 Convertir 4 h 25 min et 4,25 h en minutes :

✓ **4 h 25 min** = 4 h + 25 min = 240 min + 25 min = **265 min**

✓ **4,25 h** = 4 h + 0,25 h = 240 min + 15 min = **255 min**

ou avec un tableau de proportionnalité :

heures	1	4	4,25
minutes	60	240	255

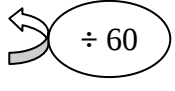


Remarque

4 h 25 min $\neq$ 4,25 h

Exemple 2 Convertir 3 h 12 min en heures :

heures	1	0,2
minutes	60	12



✓ **3 h 12 min** = 3 h + 12 min = 3 h + 0,2 h = **3,2 h**

✓

Remarque Comme à la remarque précédente, on constate que

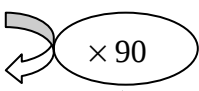
3 h 12 min $\neq$ 3,12 h

IV. Le mouvement uniforme

Lorsque la durée d'un parcours effectué par une voiture, une moto, une personne... est proportionnelle à la distance parcourue, on dit que le **mouvement** est **uniforme**.

Exemple 1 Pendant un trajet, un routier note les durées et les distances parcourues :

Durée du parcours (en h)	1	1,5	2
Distance parcourue (en km)	90	135	180



$$\frac{90}{1} = 90 ; \frac{135}{1,5} = 90 ; \frac{180}{2} = 90.$$

La durée du parcours est donc proportionnelle à la distance parcourue, donc le **mouvement** est **uniforme**. Le routier a roulé à une **vitesse constante de 90 km/h**.

Exemple 2 Pendant une course à pieds de 500 m, mon entraîneur a relevé les temps à mi-course et à l'arrivée :

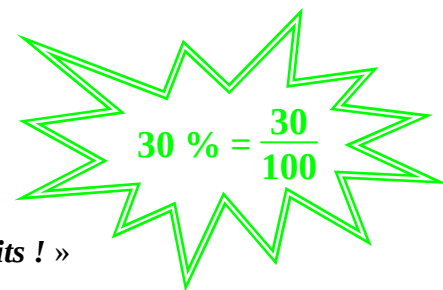
Durée du parcours (en s)	80	150
Distance parcourue (en m)	250	500

$$\frac{250}{80} = 3,125 ; \frac{500}{150} \approx 3,33...$$

La distance parcourue a doublé mais pas la durée. La durée du parcours n'est donc pas proportionnelle à la distance parcourue, donc le **mouvement n'est pas uniforme**. Je n'ai pas couru à une vitesse constante.

V. Calculer avec des pourcentages...

1. Comprendre la notion de pourcentage



Exemple Une boîte de céréales pour le petit-déjeuner indique : « **30 % de fruits !** »
Cela veut dire la même chose que : « **Il y a 30 g de fruits pour 100 g de céréales.** »

Masse de céréales (en g)	100	200	600	50
Masse de fruits (en g)	30	60	180	15

$\times \frac{30}{100}$

Remarque Les calculs de pourcentage correspondent à des situations de proportionnalité...

2. Savoir utiliser un pourcentage (vu en 6^{ème})

Rappel Calculer **t %** d'un nombre revient à **multiplier par $\frac{t}{100}$** ce nombre.

Exemple Une boîte de céréales pour le petit-déjeuner indique : « 25 % de fruits ». Déterminer la masse de fruits dans une boîte de 170g de ces céréales.

Réponse $170 \times \frac{25}{100} = 42,5$

Masse de céréales (en g)	100	170
Masse de fruits (en g)	25	?

$\times \frac{25}{100}$

Dans une boîte de 170g de ces céréales, il y a donc 42,5g de fruits.

3. Savoir déterminer un pourcentage

Exemple Un fabricant de céréales met 120 g de fruits pour obtenir 1,5 kg de céréales. Quel est le pourcentage de fruits dans ces céréales ?

Réponse 1,5 kg = 1 500 g Dans 1 g de céréales, il y a $\frac{120}{1\,500}$ g de fruits...

Masse de céréales (en g)	100	1500
Masse de fruits (en g)	?	120

$\times \frac{120}{1\,500}$

$$\frac{120}{1\,500} \times 100 = 8$$

Le pourcentage de fruits dans ces céréales est de 8%.

Remarque On peut aussi écrire : $\frac{120}{1\,500} = \frac{12}{150} = \frac{4}{50} = \frac{8}{100} = 8 \%$.

VI. Echelles : pour agrandir ou pour réduire

Définition Lorsque les dimensions du dessin d'un objet sont proportionnelles aux dimensions de cet objet (exprimées avec la même unité),

on appelle **échelle** le quotient suivant :

$$e = \frac{\text{longueur sur le dessin}}{\text{longueur réelle}}$$

Cas n°1 Réduction

Si l'échelle est **inférieure à 1**, le dessin est une **réduction**.

Une échelle $\frac{1}{1000}$ signifie que : « **1 cm** sur le dessin représente **1000 cm** en réalité. »

Cas n°2 Agrandissement

Si l'échelle est **supérieure à 1**, le dessin est un **agrandissement**.

Une échelle $\frac{3}{1}$ signifie que : « **3 cm** sur le dessin représente **1 cm** en réalité. »

Exemple On étudie une carte de l'Aude à l'échelle $\frac{1}{200\,000}$.

- 1- Quelle sera la distance entre Carcassonne et Lézignan (35 km) sur cette carte ?
- 2- Sur la carte, ma maison est située à 2,7 cm du collège.
Quelle est la distance réelle entre ma maison et le collège ?

Réponse

Distance sur la carte (en cm)	1	?	7
Distance réelle (en cm)	200 000	3 500 000	?

l'échelle

× 200 000

- 1- On convertit dans la **même unité** : 35 km = 3 500 000 cm

$$\text{calcul : } \frac{3\,500\,000}{200\,000} = 17,5$$

La distance entre Carcassonne et Lézignan est de 17,5 cm sur cette carte ?

- 2- *calcul* : $2,7 \times 200\,000 = 540\,000$

La distance réelle entre ma maison et le collège est de 540 000 cm, soit 5,4 km.

même unité