

## Le théorème de Thalès...

## I. Le théorème de Thalès

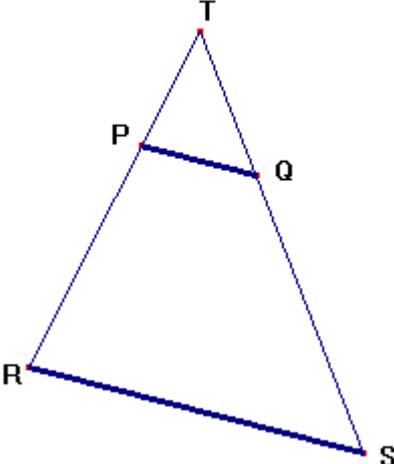
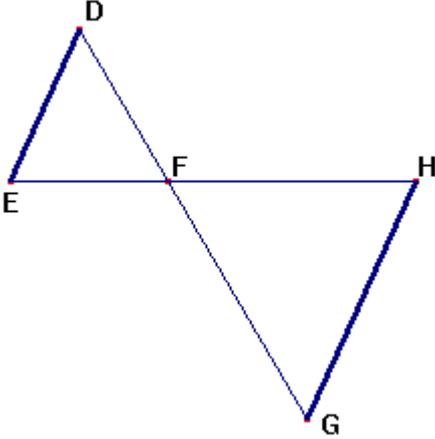
Théorème de Thalès

Soit d et d' deux droites sécantes en A,  
 Soit B et M deux points de la droite d, distincts de A,  
 Soit C et N deux points de la droite d', distincts de A,

Si les droites (BC) et (MN) sont parallèles, alors :  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$  ← triangle AMN  
 ← triangle ABC

Remarque Autrement dit, avec les données du théorème de Thalès, le triangle AMN est un agrandissement ou une réduction du triangle ABC.

Les deux figures-clé à connaître :

Figures-clé		
Données	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ T, P et R sont alignés,</li> <li>➤ T, Q et S sont alignés,</li> <li>➤ (PQ) est parallèle à (RS)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ F, G et D sont alignés,</li> <li>➤ F, H et E sont alignés,</li> <li>➤ (DE) est parallèle à (GH)</li> </ul>
Repérage des triangles	1 <sup>er</sup> triangle : $\begin{matrix} T & P & Q \\ \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow \\ T & R & S \end{matrix}$	1 <sup>er</sup> triangle : $\begin{matrix} F & E & D \\ \updownarrow & \updownarrow & \updownarrow \\ F & H & G \end{matrix}$
Egalités des rapports	$\frac{TP}{TR} = \frac{TQ}{TS} = \frac{QP}{RS}$	$\frac{FE}{FH} = \frac{FD}{FG} = \frac{ED}{HG}$

## II. La réciproque du théorème de Thalès

### La réciproque du théorème de Thalès

Soit  $d$  et  $d'$  deux droites sécantes en  $A$ ,  
 Soit  $B$  et  $M$  deux points de la droite  $d$ , distincts de  $A$ ,  
 Soit  $C$  et  $N$  deux points de la droite  $d'$ , distincts de  $A$ ,

Si les points  $A, B, M$  et les points  $A, C, N$  sont alignés dans le même ordre et si  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$ ,

alors les droites  $(BC)$  et  $(MN)$  sont parallèles.

### Les deux figures-clé à connaître :

Figures-clé		
Repérage des triangles	1 <sup>er</sup> triangle : E H T $\updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow$ 2 <sup>ème</sup> triangle : E R G	1 <sup>er</sup> triangle : P E S $\updownarrow \quad \updownarrow \quad \updownarrow$ 2 <sup>ème</sup> triangle : P B G
Données	➤ Les points <b>E, H, T</b> et les points <b>E, T, G</b> sont alignés <u>dans le même ordre</u> ➤ $\left. \begin{aligned} \frac{EH}{ER} &= \frac{1,5}{4,5} = \frac{1,5 \times 2}{4,5 \times 2} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \\ \frac{ET}{EG} &= \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \end{aligned} \right\} \frac{EH}{ER} = \frac{ET}{EG}$	➤ Les points <b>B, P, E</b> et les points <b>G, P, S</b> sont alignés <u>dans le même ordre</u> ➤ $\left. \begin{aligned} \frac{BP}{PE} &= \frac{1,5}{3} = \frac{1}{2} \\ \frac{GP}{PS} &= \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \frac{BP}{PE} = \frac{GP}{PS}$
Conclusion	Les droites <b>(HT)</b> et <b>(RG)</b> sont parallèles	Les droites <b>(GB)</b> et <b>(ES)</b> sont parallèles

**Attention !** La donnée « alignés dans le même ordre » est indispensable pour appliquer la réciproque du théorème de Thalès.

### Contre-exemple

Sur la figure ci-contre, on a :  $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = 0,25$ .  
 mais les droites  $(MN)$  et  $(BC)$  ne sont pas parallèles.

La réciproque du théorème ne s'applique pas car les points  $A, M, B$  et les points  $A, N, C$  ne sont pas alignés dans le même ordre.

