

## FICHE n°1

### *Outils statistiques*

#### **INTRODUCTION sur les STATISTIQUES** *Depuis quand ? Pourquoi ? Et comment ?*

#### Connaissance du passé, connaissance du futur...

- Assiste-t-on à un réchauffement de la planète ?
- Faut-il encore vacciner les enfants contre la variole ?
- Une pièce qui retombe 650 fois sur pile en mille lancers est-elle déséquilibrée ?
- Comment faire pour être « sûr » que dans un lot de 1000 piles électriques vendues, il y en a au moins 980 qui fonctionnent correctement ?
- Fera-t-il beau dimanche ?

Toutes ces questions ont un point commun : elles sont du *domaine des statistiques*.

#### Les statistiques dans le temps...

- Les premiers relevés d'hommes et de bien ont eu lieu *vers 3000 ans avant J.-C. en Mésopotamie* ;
- *L'Égypte des pharaons* organisé régulièrement des recensements notamment pour les impôts ;
- *Tycho Brahe* (1546-1601), astronome danois, utilise la moyenne arithmétique pour réduire les erreurs d'observations ;
- Au XVIII<sup>e</sup> et XIX<sup>e</sup> siècle se développe la *théorie des erreurs* ;
- Au XX<sup>e</sup> siècle, les *ordinateurs* ont donné une place primordiale aux statistiques car ils permettent de faire de *nombreuses simulations*.

#### Les deux points de vue de la statistique

- *Les recensements* : ils donnent une image précise de ce que l'on désire observer mais pose des problèmes techniques évident pour le recueil d'un trop grand nombre de données ;
- *Les sondages sur des échantillons* : on effectue un recensement sur une partie seulement de la population à étudier et ces sondages présentent donc une incertitude qu'il faut minimiser.

#### Utilité de la statistique dans le monde contemporain

- *Trouver et décrire une relation* : on établit le risque cardio-vasculaire lié au tabac en étudiant le pourcentage de fumeurs chez les cardiaques et le pourcentage de cardiaques chez les fumeurs et les non-fumeurs ;
- *Prendre une décision* : l'amélioration annuelle des semences de céréales par croisements successifs, les contrôles de fabrication et de fiabilité dans l'industrie, d'efficacité d'un médicament, etc. sont très dépendants des tests statistiques ;
- *Prévoir et planifier* : les statistiques économiques sont publiques et servent de base aux négociations syndicales ou inter-gouvernementales.

# 1- Effectifs et diagramme en bâtons

## 1. Effectifs

Le tableau ci-contre donne la répartition des **effectifs** des élèves dans un collège dont l'**effectif total** est de 607 élèves.

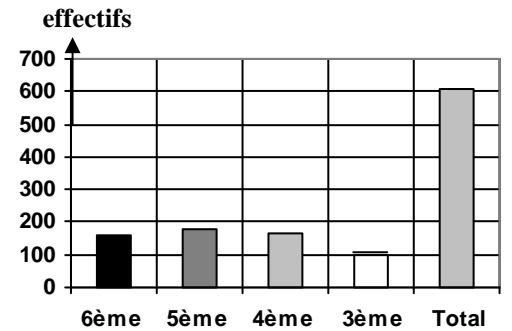
	6 <sup>ème</sup>	5 <sup>ème</sup>	4 <sup>ème</sup>	3 <sup>ème</sup>	Total
EFFECTIFS	162	181	163	101	607

### Exemple

Dans ce collège, l'effectif des 5<sup>èmes</sup> est de 181 élèves.

## 2. Diagramme en bâtons (ou en barres)

On peut représenter ces effectifs par un **diagramme en bâtons** (ou en barres) : dans un diagramme en barres, la hauteur de chaque barre est proportionnelle à l'effectif qu'elle représente.



# 2- Fréquences et diagramme circulaire

## 1. Fréquences et pourcentages

### Définition

$$\text{fréquence} = \frac{\text{effectif}}{\text{effectif total}}$$

	6 <sup>ème</sup>	5 <sup>ème</sup>	4 <sup>ème</sup>	3 <sup>ème</sup>	Total
Effectifs	162	181	163	101	607
Fréquences	0,267	0,298	0,268	0,167	1

Exemple La fréquence des élèves de 3<sup>ème</sup> dans ce collège est **0,167 environ** car  $\frac{101}{607} \approx 0,167$

### Définition

$$\text{fréquence en \%} = \frac{\text{effectif}}{\text{effectif total}} \times 100$$

	6 <sup>ème</sup>	5 <sup>ème</sup>	4 <sup>ème</sup>	3 <sup>ème</sup>	Total
Effectifs	162	181	163	101	607
Fréquences (en %)	26,7	29,8	26,8	16,7	100

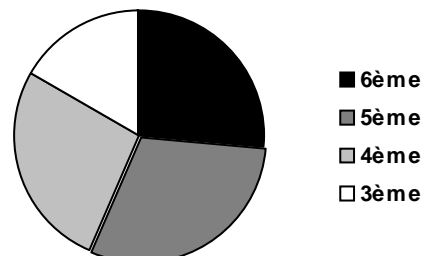
Exemple Le pourcentage de 4<sup>ème</sup> dans ce collège est 26,8 % environ car  $\frac{163}{607} \times 100 \approx 26,8$

## 2. Diagrammes circulaires

On peut représenter ces effectifs par un **diagramme circulaire** : dans un diagramme circulaire, la mesure de chaque angle est proportionnelle à l'effectif qu'il représente.

$$\text{Mesure d'un angle} = \frac{\text{effectif}}{\text{effectif total}} \times 360$$

	6 <sup>ème</sup>	5 <sup>ème</sup>	4 <sup>ème</sup>	3 <sup>ème</sup>	Total
effectifs	162	181	163	101	607
Fréquences	0,267	0,298	0,268	0,167	1
Mesures (en degrés)	96	107	97	60	360



### 3- Moyenne arithmétique pondérée d'une série statistique

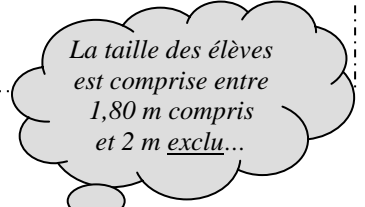
#### EXERCICE TYPE 1

Déterminer la taille moyenne pondérée pour les 10 personnes suivantes :

Taille (en m)	1,70	1,75	1,80	1,85	Total
Effectif	3	4	2	1	10

Calculs :  $1,70 \times 3 + 1,75 \times 4 + 1,80 \times 2 + 1,85 \times 1 = 17,55$   
 $17,55 \div 10 = 1,755$

Conclusion : La taille moyenne de ces 10 personnes est *environ 1,76 m*.



#### EXERCICE TYPE 2

Déterminer la taille moyenne des élèves de la classe :

Taille (en m)	[1,50 ; 1,60[	[1,60 ; 1,70[	[1,70 ; 1,80[	[1,80 ; 2[	Total
Centre	$(1,50 + 1,60) \div 2 =$ 1,55	$(1,60 + 1,70) \div 2 =$ 1,65	$(1,70 + 1,80) \div 2 =$ 1,75	$(1,80 + 2) \div 2 =$ 1,90	
Effectif	3	13	8	2	26

Calculs :  $1,55 \times 3 + 1,65 \times 13 + 1,75 \times 8 + 1,90 \times 2 = 43,9$   
 $43,9 \div 26 \approx 1,69$

Conclusion : La taille moyenne des élèves de la classe est *environ 1,69 m*.

### 4- Médiane d'une série statistique

**Définition** La **médiane** d'une série ordonnée est **une valeur** telle qu'il y ait **autant de valeurs inférieures** ou égales **que de valeurs supérieures** ou égales.

#### EXERCICE TYPE 3

Déterminer les médianes et les moyennes des séries de notes suivantes :

- de la série A : 13, 13, 20, 19, 18, 15, 15
- de la série B : 8, 8, 9, 12, 15, 17, 12, 11, 14, 14
- de la série C : 17, 14, 3, 16, 5, 17

**Remarque** Pour déterminer une médiane, **il faut d'abord ordonner la série**.

- série A :  $13 \leq 13 \leq 15 \leq \boxed{15} \leq 18 \leq 19 \leq 20$ . La médiane de cette série est **15**.  
 $\leftarrow \begin{array}{c} 3 \text{ notes} \\ \leftarrow \quad \quad \quad \rightarrow \end{array} \quad \leftarrow \begin{array}{c} 3 \text{ notes} \\ \leftarrow \quad \quad \quad \rightarrow \end{array}$
- série B :  $8 \leq 8 \leq 9 \leq 11 \leq 12 \leq 12 \leq 14 \leq 14 \leq 15 \leq 17$ . La médiane de cette série est **12**.  
 $\leftarrow \begin{array}{c} 5 \text{ notes} \\ \leftarrow \quad \quad \quad \rightarrow \end{array} \quad \leftarrow \begin{array}{c} 5 \text{ notes} \\ \leftarrow \quad \quad \quad \rightarrow \end{array}$
- série C :  $3 \leq 5 \leq 14 \leq 16 \leq 17 \leq 17$ . La médiane de cette série doit être comprise entre 14 et 16. Par convention, on prendra la valeur **15** pour **médiane** de cette série.  
 $\leftarrow \begin{array}{c} 3 \text{ notes} \\ \leftarrow \quad \quad \quad \rightarrow \end{array} \quad \leftarrow \begin{array}{c} 3 \text{ notes} \\ \leftarrow \quad \quad \quad \rightarrow \end{array}$

Bilan :

	Série A	Série B	Série C
Médiane	15	12	15
Moyenne	$\approx 16,1$	12	12

**Remarques** :  $\times$  Deux séries peuvent avoir la même moyenne mais pas la même médiane (séries B et C).  
 $\times$  Deux séries peuvent avoir la même médiane mais pas la même moyenne (séries A et C).

## 5- Quartiles d'une série statistique

**Définition** Le **1<sup>er</sup> quartile** est la plus petite valeur  $Q_1$  de la série ordonnée telle qu'au moins 25 % (ou un quart) des données sont inférieures ou égales à  $Q_1$ .

Le **3<sup>ème</sup> quartile** est la plus petite valeur  $Q_3$  de la série ordonnée telle qu'au moins 75 % (ou trois quarts) des données sont inférieures ou égales à  $Q_3$ .

**EXERCICE TYPE 4** Déterminer le 1<sup>er</sup> quartile et le 3<sup>ème</sup> quartile de la série de 13 notes suivante :  
**3 ; 5 ; 14 ; 12 ; 8 ; 19 ; 17 ; 7 ; 10 ; 6 ; 8 ; 17 ; 14**

### Remarques

- ⊗ Comme pour une médiane, **il faut d'abord ordonner la série** pour déterminer les quartiles.
- ⊗ Pour chercher les quartiles, on essaie de partager la série en quatre groupes de même effectif selon la méthode suivante :

1. Je range la série dans l'ordre croissant :	$3 \leq 5 \leq 6 \leq 7 \leq 8 \leq 8 \leq 10 \leq 12 \leq 14 \leq 14 \leq 17 \leq 17 \leq 19.$ <div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-top: 5px;"> <span>← 4 notes →</span> <span>← 3 notes →</span> <span>← 3 notes →</span> <span>← 3 notes →</span> </div>
2. Je compte le nombre de $n$ valeurs :	Il y a <b>13</b> valeurs.
3. Je divise $n$ par <b>4</b> (quarts) :	$13 \div 4 = 3,25$
4. J'en déduis le rang du 1 <sup>er</sup> quartile :	$3,25 \times 1 = 3,25$ . Le <b>1<sup>er</sup> quartile</b> est donc la <b>4<sup>ème</sup> valeur</b> .
J'en déduis le rang du 3 <sup>ème</sup> quartile :	$3,25 \times 3 = 9,75$ . Le <b>3<sup>ème</sup> quartile</b> est donc la <b>10<sup>ème</sup> valeur</b> .
5. J'écris le 1 <sup>er</sup> quartile et le 3 <sup>ème</sup> quartile :	<b><math>Q_1 = 7</math> et <math>Q_3 = 14</math></b>

**Remarque :** La médiane de cette série est 10.

## 6- L'étendue

**Définition** L'**étendue** d'une série est la différence entre les deux valeurs extrêmes de cette série.

**EXERCICE TYPE 5** Déterminer l'étendue des séries A, B et C suivantes :

- de la série A : **13, 13, 20, 19, 18, 15, 15**
- de la série B : **8, 8, 9, 12, 15, 17, 12, 11, 14, 14**
- de la série C : **17, 14, 3, 16, 5, 17**

- |                                                                           |
|---------------------------------------------------------------------------|
| - série A : <b>20 - 13 = 7</b> . L'étendue de cette série est <b>7</b> .  |
| - série B : <b>17 - 8 = 9</b> . L'étendue de cette série est <b>9</b> .   |
| - série C : <b>17 - 3 = 14</b> . L'étendue de cette série est <b>14</b> . |