

FICHE n°1

Outils statistiques

INTRODUCTION sur les STATISTIQUES ***Depuis quand ? Pourquoi ? Et comment ?***

Connaissance du passé, connaissance du futur...

- Assiste-t-on à un réchauffement de la planète ?
- Faut-il encore vacciner les enfants contre la variole ?
- Une pièce qui retombe 650 fois sur pile en mille lancers est-elle déséquilibrée ?
- Comment faire pour être « sûr » que dans un lot de 1000 piles électriques vendues, il y en a au moins 980 qui fonctionnent correctement ?
- Fera-t-il beau dimanche ?

Toutes ces questions ont un point commun : elles sont du **domaine des statistiques**.

Les statistiques dans le temps...

- Les premiers relevés d'hommes et de bien ont eu lieu **vers 3000 ans avant J.-C. en Mésopotamie** ;
- **L'Égypte des pharaons** organisé régulièrement des recensements notamment pour les impôts ;
- **Tycho Brahe** (1546-1601), astronome danois, utilise la moyenne arithmétique pour réduire les erreurs d'observations ;
- Au XVIII^e et XIX^e siècle se développe la **théorie des erreurs** ;
- Au XX^e siècle, les **ordinateurs** ont donné une place primordiale aux statistiques car ils permettent de faire de **nombreuses simulations**.

Les deux points de vue de la statistique

- **Les recensements** : ils donnent une image précise de ce que l'on désire observer mais pose des problèmes techniques évident pour le recueil d'un trop grand nombre de données ;
- **Les sondages sur des échantillons** : on effectue un recensement sur une partie seulement de la population à étudier et ces sondages présentent donc une incertitude qu'il faut minimiser.

Utilité de la statistique dans le monde contemporain

- **Trouver et décrire une relation** : on établit le risque cardio-vasculaire lié au tabac en étudiant le pourcentage de fumeurs chez les cardiaques et le pourcentage de cardiaques chez les fumeurs et les non-fumeurs ;
- **Prendre une décision** : l'amélioration annuelle des semences de céréales par croisements successifs, les contrôles de fabrication et de fiabilité dans l'industrie, d'efficacité d'un médicament, etc. sont très dépendants des tests statistiques ;
- **Prévoir et planifier** : les statistiques économiques sont publiques et servent de base aux négociations syndicales ou inter-gouvernementales.

1- Effectifs et diagramme en bâtons

1. Effectifs

Le tableau ci-contre donne la répartition des **effectifs** des élèves dans un collège dont l'**effectif total** est de 607 élèves.

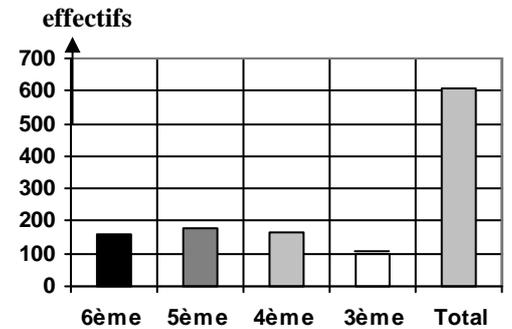
	6 ^{ème}	5 ^{ème}	4 ^{ème}	3 ^{ème}	Total
EFFECTIFS	162	181	163	101	607

Exemple

Dans ce collège, l'effectif des 5^{èmes} est de 181 élèves.

2. Diagramme en bâtons (ou en barres)

On peut représenter ces effectifs par un **diagramme en bâtons** (ou en barres) : dans un diagramme en barres, la hauteur de chaque barre est proportionnelle à l'effectif qu'elle représente.



2- Fréquences et diagramme circulaire

1. Fréquences et pourcentages

Définition

$$\text{fréquence} = \frac{\text{effectif}}{\text{effectif total}}$$

	6 ^{ème}	5 ^{ème}	4 ^{ème}	3 ^{ème}	Total
Effectifs	162	181	163	101	607
Fréquences	0,267	0,298	0,268	0,167	1

Exemple La fréquence des élèves de 3^{ème} dans ce collège est **0,167 environ** car $\frac{101}{607} \approx 0,167$

Définition

$$\text{fréquence en \%} = \frac{\text{effectif}}{\text{effectif total}} \times 100$$

	6 ^{ème}	5 ^{ème}	4 ^{ème}	3 ^{ème}	Total
Effectifs	162	181	163	101	607
Fréquences (en %)	26,7	29,8	26,8	16,7	100

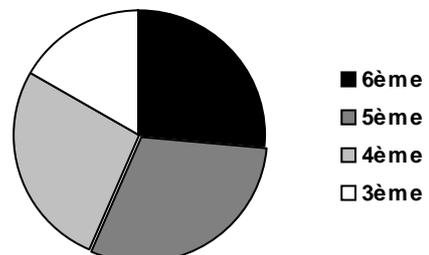
Exemple Le pourcentage de 4^{ème} dans ce collège est 26,8 % environ car $\frac{163}{607} \times 100 \approx 26,8$

2. Diagrammes circulaires

On peut représenter ces effectifs par un **diagramme circulaire** : dans un diagramme circulaire, la mesure de chaque angle est proportionnelle à l'effectif qu'il représente.

$$\text{Mesure d'un angle} = \frac{\text{effectif}}{\text{effectif total}} \times 360$$

	6 ^{ème}	5 ^{ème}	4 ^{ème}	3 ^{ème}	Total
effectifs	162	181	163	101	607
Fréquences	0,267	0,298	0,268	0,167	1
Mesures (en degrés)	96	107	97	60	360



3- Moyenne arithmétique pondérée d'une série statistique

EXERCICE TYPE 1

Déterminer la taille moyenne pondérée pour les 10 personnes suivantes :

Taille (en m)	1,70	1,75	1,80	1,85	Total
Effectif	3	4	2	1	10

Calculs : $1,70 \times 3 + 1,75 \times 4 + 1,80 \times 2 + 1,85 \times 1 = 17,55$

$$17,55 \div 10 = 1,755$$

Conclusion : La taille moyenne de ces 10 personnes est *environ 1,76 m*.

La taille des élèves est comprise entre 1,80 m compris et 2 m exclu...

EXERCICE TYPE 2

Déterminer la taille moyenne des élèves de la classe :

Taille (en m)	[1,50 ; 1,60[[1,60 ; 1,70[[1,70 ; 1,80[[1,80 ; 2[Total
Centre	$(1,50 + 1,60) \div 2 =$ 1,55	$(1,60 + 1,70) \div 2 =$ 1,65	$(1,70 + 1,80) \div 2 =$ 1,75	$(1,80 + 2) \div 2 =$ 1,90	
Effectif	3	13	8	2	26

Calculs : $1,55 \times 3 + 1,65 \times 13 + 1,75 \times 8 + 1,90 \times 2 = 43,9$

$$43,9 \div 26 \approx 1,69$$

Conclusion : La taille moyenne des élèves de la classe est *environ 1,69 m*.

4- Médiane d'une série statistique

Définition La **médiane** d'une série ordonnée est **une valeur** telle qu'il y ait **autant de valeurs inférieures** ou égales **que de valeurs supérieures** ou égales.

EXERCICE TYPE 3

Déterminer les médianes et les moyennes des séries de notes suivantes :

- de la série A : 13, 13, 20, 19, 18, 15, 15
- de la série B : 8, 8, 9, 12, 15, 17, 12, 11, 14, 14
- de la série C : 17, 14, 3, 16, 5, 17

Remarque Pour déterminer une médiane, **il faut d'abord ordonner la série**.

- série A : $13 \leq 13 \leq 15 \leq \boxed{15} \leq 18 \leq 19 \leq 20$. La médiane de cette série est **15**.

← 3 notes ← 3 notes →

- série B : $8 \leq 8 \leq 9 \leq 11 \leq 12 \leq 12 \leq 14 \leq 14 \leq 15 \leq 17$. La médiane de cette série est **12**.

← 5 notes ← 5 notes →

- série C : $3 \leq 5 \leq 14 \leq 16 \leq 17 \leq 17$. La médiane de cette série doit être comprise entre 14 et 16.

← 3 notes ← 3 notes → Par convention, on prendra la valeur **15** pour **médiane** de cette série.

Bilan :

	Série A	Série B	Série C
Médiane	15	12	15
Moyenne	≈ 16,1	12	12

Remarques : ✕ Deux séries peuvent avoir la même moyenne mais pas la même médiane (séries B et C).
✕ Deux séries peuvent avoir la même médiane mais pas la même moyenne (séries A et C).

5- Quartiles d'une série statistique

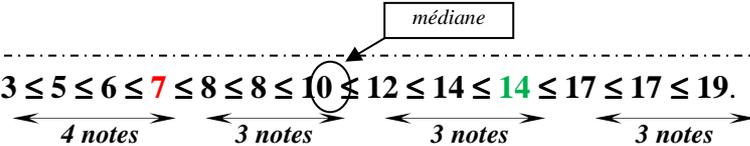
Définition Le **1^{er} quartile** est la plus petite valeur Q_1 de la série ordonnée telle qu'au moins 25 % (ou un quart) des données sont inférieures ou égales à Q_1 .

Le **3^{ème} quartile** est la plus petite valeur Q_3 de la série ordonnée telle qu'au moins 75 % (ou trois quarts) des données sont inférieures ou égales à Q_3 .

EXERCICE TYPE 4 Déterminer le 1^{er} quartile et le 3^{ème} quartile de la série de 13 notes suivante :
3 ; 5 ; 14 ; 12 ; 8 ; 19 ; 17 ; 7 ; 10 ; 6 ; 8 ; 17 ; 14

Remarques

- ☒ Comme pour une médiane, **il faut d'abord ordonner la série** pour déterminer les quartiles.
- ☒ Pour chercher les quartiles, on essaie de partager la série en quatre groupes de même effectif selon la méthode suivante :

1. Je range la série dans l'ordre croissant :	$3 \leq 5 \leq 6 \leq 7 \leq 8 \leq 8 \leq 10 \leq 12 \leq 14 \leq 14 \leq 17 \leq 17 \leq 19.$ 
2. Je compte le nombre de n valeurs :	Il y a 13 valeurs.
3. Je divise n par 4 (quarts) :	$13 \div 4 = 3,25$
4. J'en déduis le rang du 1 ^{er} quartile :	$3,25 \times 1 = 3,25$. Le 1^{er} quartile est donc la 4^{ème} valeur .
J'en déduis le rang du 3 ^{ème} quartile :	$3,25 \times 3 = 9,75$. Le 3^{ème} quartile est donc la 10^{ème} valeur .
5. J'écris le 1 ^{er} quartile et le 3 ^{ème} quartile :	$Q_1 = 7$ et $Q_3 = 14$

Remarque : La médiane de cette série est 10.

6- L'étendue

Définition L'**étendue** d'une série est la différence entre les deux valeurs extrêmes de cette série.

EXERCICE TYPE 5 Déterminer l'étendue des séries A, B et C suivantes :
- de la série A : **13, 13, 20, 19, 18, 15, 15**
- de la série B : **8, 8, 9, 12, 15, 17, 12, 11, 14, 14**
- de la série C : **17, 14, 3, 16, 5, 17**

- série A : **$20 - 13 = 7$** . L'étendue de cette série est **7**.
- série B : **$17 - 8 = 9$** . L'étendue de cette série est **9**.
- série C : **$17 - 3 = 14$** . L'étendue de cette série est **14**.