

Calculer une expression littérale pour un nombre donné

I. Ecritures et notations

Afin d'alléger les écritures, **on peut parfois ne pas écrire le signe \times dans les calculs.**

- Exemples
- ◆ « $3 \times (5 + y)$ » s'écrit « $3(5 + y)$ »
 - ◆ « $5 \times a$ » s'écrit « $5a$ »
 - ◆ « $a \times b$ » s'écrit « ab »
 - ◆ « $3 \times c \times 5$ » s'écrit « $3 \times 5 \times c$ » soit « $15c$ »

Remarque Par contre, **en aucun cas** « 4×7 » ne peut être simplifié en « 47 » !

Définition **Réduire** une expression littérale, c'est l'écrire en allégeant l'écriture et avec le moins de termes possibles **en respectant bien sûr les règles de calcul...**

II. Calculer le carré et le cube d'un nombre

Définition Le **carré** d'un nombre x est $x \times x$. Il est noté x^2 et se dit « x au carré »
Le **cube** d'un nombre x est $x \times x \times x$. Il est noté x^3 et se dit « x au cube »

- Exemples
- | | |
|---------------------------------|--|
| $13^2 = 13 \times 13 = 169$ | $20^3 = 20 \times 20 \times 20 = 8\ 000$ |
| $(-2)^2 = (-2) \times (-2) = 4$ | $(-1)^3 = (-1) \times (-1) \times (-1) = -1$ |

<u>Les carrés à connaître</u>	$1^2 = 1$	$2^2 = 4$	$3^2 = 9$	$4^2 = 16$	$5^2 = 25$
	$6^2 = 36$	$7^2 = 49$	$8^2 = 64$	$9^2 = 81$	$10^2 = 100$
<u>Les cubes à connaître</u>	$1^3 = 1$	$2^3 = 8$	$3^3 = 27$	$5^3 = 125$	$10^3 = 1\ 000$

III. Calculer une expression littérale pour un nombre donné

Problème n°1 Volume d'un cylindre

On rappelle que le volume d'un cylindre est donné par la formule : $V = \pi R^2 h$
où V est le volume du cylindre, R est le rayon de la base et h la hauteur du cylindre.

Quel est le volume d'un cylindre de diamètre 10 cm et de hauteur 15 cm ? Arrondir au cm^3 près.

Solution

Si le diamètre est 10 cm, alors le rayon est 5 cm.
D'après l'énoncé, on a donc : $R = 5$ cm et $h = 15$ cm.

On écrit la formule : $V = \pi \times R^2 \times h$

On remplace : $V = \pi \times 5^2 \times 15 = 1\ 178$.

On calcule : $V = 1\ 178$.

On conclut : **Le volume de ce cylindre est 1 178 cm^3 environ.**

IV. Utiliser une expression littérale pour déterminer un nombre inconnu

Problème n°2 Concentration chimique

On analyse deux récipients de 5 litres d'eau.

a- L'analyse du 1^{er} récipient indique 125 mg de magnésium.

Quelle est, en g/L, la concentration de magnésium dans ce 1^{er} récipient ?

b- L'analyse du 2^{ème} récipient indique une concentration de 0,04 g/L.

Quelle est, en g, la masse de magnésium dans ce 2^{ème} récipient ?

Solution Rappel : Concentration = $\frac{\text{masse}}{\text{Volume}}$

a- On convertit d'abord les unités : 125 mg = 0,125 g.

D'après l'énoncé, on a donc : $m = 0,125$ g et $V = 5$ L.

On écrit la formule : $C = \frac{m}{V}$

On remplace : $C = \frac{0,125}{5}$.

On calcule : $C = 0,025$.

On conclut : *La concentration de magnésium dans ce 1^{er} récipient est de 0,025 g/L.*

b- D'après l'énoncé, on a : $C = 0,04$ g/L et $V = 5$ L.

On écrit la formule : $C = \frac{m}{V}$

On remplace : $0,04 = \frac{m}{5}$ ou encore $\frac{0,04}{1} \times \frac{m}{5}$ ↖ Produit en croix

On calcule : $m = \frac{5 \times 0,04}{1} = 0,2$

On conclut : *La masse de magnésium dans ce 2^{ème} récipient est de 0,2 g, soit 200 mg.*

V. Calculer la racine carrée d'un nombre positif

Propriété - Définition

Soit a un nombre positif.

Il existe un nombre positif dont le carré est a . Ce nombre est noté \sqrt{a} .
Ce nombre se lit « racine carrée de a ».

Exemples

- ◆ $\sqrt{16}$ est le nombre dont le carré est 16, c'est à dire $\sqrt{16} = 4$ car $(\sqrt{16})^2 = 4^2 = 16$

De la même manière, il est intéressant de connaître :

$\sqrt{0} = 0$	$\sqrt{1} = 1$	$\sqrt{4} = 2$	$\sqrt{9} = 3$	$\sqrt{16} = 4$	$\sqrt{25} = 5$	$\sqrt{36} = 6$
$\sqrt{49} = 7$	$\sqrt{64} = 8$	$\sqrt{81} = 9$	$\sqrt{100} = 10$	$\sqrt{121} = 11$	$\sqrt{144} = 12$	$\sqrt{225} = 15$

- ◆ La calculatrice permet de donner des valeurs approchées de la racine carrée d'un nombre :
Par exemple : $\sqrt{50} \approx 7,1$

- ◆ $\sqrt{2}$ est le nombre dont le carré est 2.
D'après l'activité effectuée en classe :
 - ce nombre existe (longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle isocèle de côté 1) ;
 - une valeur approchée est 1,4142 ;
 - ce nombre n'a ni écriture décimale, ni écriture fractionnaire !

Remarque

La racine carrée d'un nombre strictement négatif n'existe pas puisque le carré d'un nombre est toujours positif.

Propriété

Soit a un nombre positif, on a :

$$(\sqrt{a})^2 = a$$

\sqrt{a} est le nombre qui, multiplié par lui-même, donne a .

$$\sqrt{a^2} = a$$

La racine carrée du carré d'un nombre positif est ce nombre.

Exemples

$$(\sqrt{8})^2 = 8 \quad ; \quad \sqrt{5^2} = 5$$