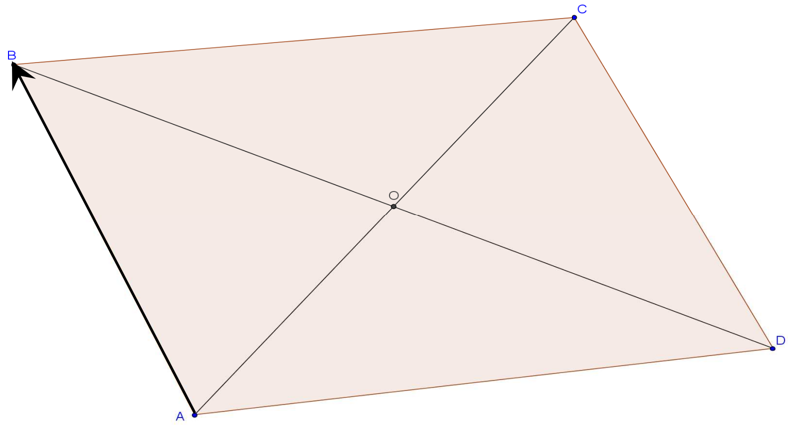
FICHE n°13
Avec des vecteurs…

I. Translation et vecteurs



Définition

A et B désignent deux points du plan.
La ***translation qui transforme A en B*** associe à tout point C, l'unique point D tel que les segments [AC] et [BD] ont le même milieu.

La translation qui transforme A en B est appelée la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.

II. Vecteurs égaux et premières constructions

Définition ***Deux vecteurs sont dits égaux*** si ces deux vecteurs définissent la même translation.

Propriété $\boxed{\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \text{AB}\mathbf{DC} \text{ est un parallélogramme.}}$

Preuve : c'est une conséquence immédiate de la définition de la translation donnée ci-dessus étant donné que, si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.

EXERCICE TYPE 1 ***Construire des vecteurs égaux***

Enoncé Soit un triangle ABC tel que AB = 5 cm, BC = 7 cm et AC = 8 cm.

1. Construire le point D tel que $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$

2. Construire le point E tel que $\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{AB}$.

Méthode On utilise les propriétés du parallélogramme. Le plus souvent, la construction la plus simple consiste à reporter les longueurs des côtés opposés du parallélogramme associé à l'égalité de vecteurs.

Solution Attention à l'ordre des points pour nommer le quadrilatère.

1. $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow$ ABDC est un parallélogramme.

2. $\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow$ ABCE est un parallélogramme.
Attention, ici, le point E cherché est l'origine du vecteur et non l'extrémité comme à la question ***1.*** .

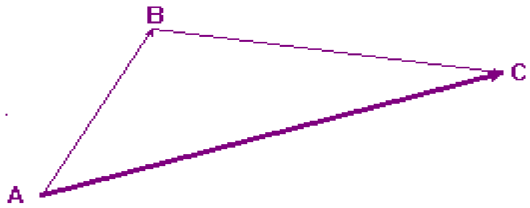
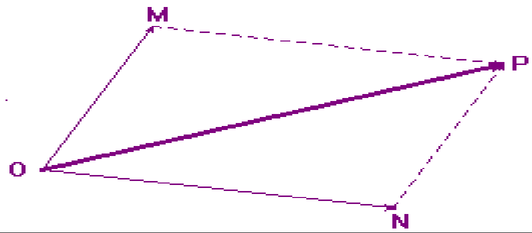
Remarque Comme $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{AB}$, on a aussi : $\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{CD}$.

$\boxed{\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \text{C est le milieu du segment [ED].}}$

La suite de cette fiche est encore en cours de réalisation… A suivre…

III. *Somme de deux vecteurs*

La somme de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est le vecteur $\vec{w}$ que l'on peut représenter des deux façons suivantes :

L'idée…	***« bout à bout »***	*ou* ***« avec la même origine »***
La figure…		
Avec des points…	si $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{BC}$, alors $\vec{w} = \overrightarrow{AC}$	si $\vec{u} = \overrightarrow{OM}$ et $\vec{v} = \overrightarrow{ON}$, alors $\vec{w} = \overrightarrow{OP}$, où $[OP]$ est la diagonale du parallélogramme *OMPN*.
Relations fondamentales…	***<u>Relation de Chasles</u>*** Quels que soient les points A, B et C, $\mathbf{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}}$	***<u>Règle du parallélogramme</u>*** Quels que soient les points O,M et N, $\mathbf{\overrightarrow{OM} + \overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OP}}$ avec P tel que *OMPN soit un parallélogramme*

EXERCICES TYPES : cf. exercices 1 et 2 de la feuille d'exercice.

…

1. <u>La formule</u>

<u>Définition</u>…

<u>EXERCICE TYPE 1</u> **…**

…