

Transformer une expression littérale

Définitions La forme *développée* d'une expression littérale est la forme sous laquelle cette expression s'écrit comme une somme ou différence de termes.

La forme *factorisée* d'une expression littérale est la forme sous laquelle cette expression s'écrit comme un produit de facteurs.

Remarque Pour développer ou factoriser une expression littérale, on peut utiliser la distributivité et/ou les identités remarquables vues au collège ci-dessous rappelées :

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

forme factorisée *forme développée*

EXERCICE TYPE 1 *Transformer une expression littérale pour calcul le plus simplement possible*

On considère l'expression $E(x) = (x - 3)^2 - 4$ (*)

1. Montrer que $E(x) = x^2 - 6x + 5 = (x - 5)(x - 1)$.
2. Calculer $E(x)$ pour $x = 0$, pour $x = 3$ et pour $x = 5$.

Solution

1. Avant d'effectuer des calculs, il faut essayer de trouver les transformations les plus adaptées.

☒ Par exemple, développons la forme (*) :

$$(x - 3)^2 - 4 = x^2 - 6x + 9 - 4 = x^2 - 6x + 5$$

☒ Pour obtenir la forme factorisée, il y a par exemple ici deux méthodes possibles :
(une seule méthode suffit bien sûr !)

Méthode 1 : Développer $(x - 5)(x - 1)$...

$$(x - 5)(x - 1) = x^2 - 5x - 1x + 5 = x^2 - 6x + 5 \dots$$

Méthode 2 : Utiliser (*) avec l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$:

$$\begin{aligned} (x - 3)^2 - 4 &= (x - 3)^2 - 2^2 = [(x - 3) - 2][(x - 3) + 2] \\ &= (x - 5)(x - 1) \end{aligned}$$

2. Avant d'effectuer des calculs, il faut chercher la forme la plus adaptée au calcul...

☒ Pour $x = 0$, utilisons la forme développée...

$$E(0) = 0^2 - 6 \times 0 + 5 = 5$$

☒ Pour $x = 3$, utilisons la forme (*).

$$E(3) = (3 - 3)^2 - 4 = 0 - 4 = -4$$

☒ Pour $x = 5$, utilisons la forme factorisée...

$$E(5) = (5 - 5)(5 - 1) = 0 \times 4 = 0$$

EXERCICE TYPE 2**Transformer une expression littérale pour résoudre une équation**

On considère l'expression $E(x) = (2x + 1)(3x - 4)$

1. Montrer que : $E(x) = 6x^2 - 5x - 4$
2. Quelle forme est le plus adaptée :
 - a. pour résoudre l'équation $E(x) = 0$?
 - b. pour résoudre l'équation $E(x) = -4$?

Solution

$$\begin{aligned}
 1. \quad E(x) &= (2x + 1)(3x - 4) = 2x \times 3x + 2x \times (-4) + 1 \times 3x + 1 \times (-4) \\
 &= 6x^2 - 8x + 3x - 4 \\
 &= 6x^2 - 5x - 4
 \end{aligned}$$

2. a. Pour résoudre une équation de la forme $E(x) = 0$, la forme la plus adaptée est la forme factorisée → Equations-produit (voir fiche n°4).

Pour s'entraîner : vérifier que $S = \left\{ -\frac{1}{2}, \frac{4}{3} \right\}$

- b. Pour résoudre l'équation $E(x) = -4$, la forme la plus adaptée est la forme développée puisqu'il y a le terme -4 ...

En effet, on a ainsi :

$6x^2 - 5x - 4 = -4$	<i>On ajoute 4 dans les deux membres de l'égalité...</i>
$6x^2 - 5x = 0$	<i>On factorise par x pour obtenir une équation-produit...</i>
$x(6x - 5) = 0$	<i>On résout l'équation-produit (fiche n°4).</i>

Pour s'entraîner : vérifier que $S = \left\{ 0, \frac{5}{6} \right\}$